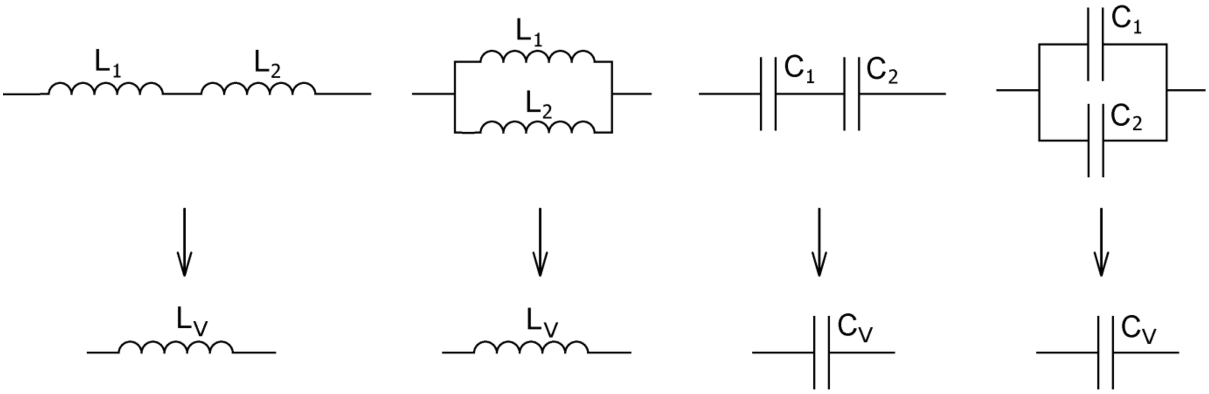
# Extra opgaven

<u>Opgave 1</u>
In de volgende vier figuren staan twee spoelen of twee condensators met elkaar in serie of parallel. Onder deze figuren zijn de vervangingsspoel $L_V$ of de vervangingscondensator $C_V$ getekend. Daaronder staat het verband tussen $L_V$, $L_1$ en $L_2$ of tussen $C_V$, $C_1$ en $C_2$.




$L_V = L_1 + L_2$ $\qquad$ $\frac{1}{L_V} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ $\qquad$ $\frac{1}{C_V} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ $\qquad$ $C_V = C_1 + C_2$

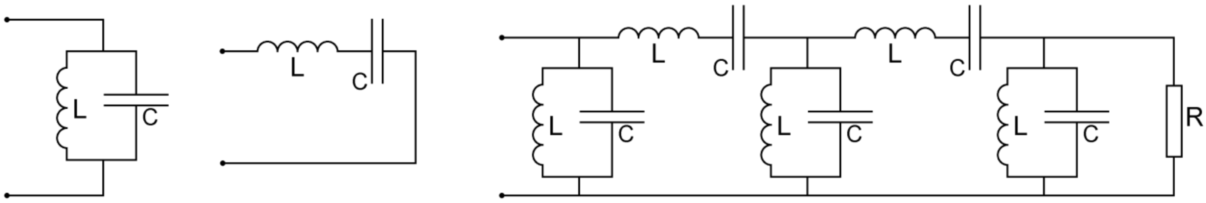
Bewijs de uitdrukking voor $L_V$ in de eerste figuur door $Z_V = Z_1 + Z_2$ toe te passen.

Bewijs de uitdrukking voor $L_V$ in de tweede figuur door $1/Z_V = 1/Z_1 + 1/Z_2$ toe te passen.

Bewijs de uitdrukking voor $C_V$ in de derde figuur door $Z_V = Z_1 + Z_2$ toe te passen.

Bewijs de uitdrukking voor $C_V$ in de vierde figuur door $1/Z_V = 1/Z_1 + 1/Z_2$ toe te passen.

Opgave 2
Hieronder zijn drie schakelingen afgebeeld die identieke spoelen L en identieke condensatoren C bevatten. De rechter schakeling bevat ook nog een weerstand R.




a.
Deze vraag slaat op de linker schakeling.
Leg uit waarom de schakeling de stroom bij lage frequenties gemakkelijk doorlaat.

b.
Deze vraag slaat op de linker schakeling.
Leg uit waarom de schakeling de stroom bij hoge frequenties gemakkelijk doorlaat.

c.
Deze vraag slaat op de linker schakeling.
Bij een bepaalde frequentie is de modulus van de impedantie van de spoel gelijk is aan de modulus van de impedantie van de condensator. We spreken dan van parallelresonantie. Leg uit waarom de schakeling de stroom bij die frequentie niet doorlaat.

d.
Deze vraag slaat op de middelste schakeling.
Leg uit waarom de schakeling de stroom bij lage frequenties moeilijk doorlaat.

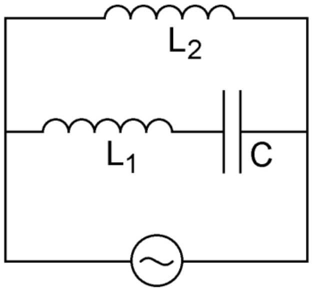
e.
Deze vraag slaat op de middelste schakeling.
Leg uit waarom de schakeling de stroom bij hoge frequenties moeilijk doorlaat.

f.
Deze vraag slaat op de middelste schakeling.
Bij een bepaalde frequentie is de modulus van de impedantie van de spoel gelijk is aan de modulus van de impedantie van de condensator. We spreken dan van serieresonantie. Leg uit waarom de schakeling zich bij die frequentie gedraagt als een kortsluiting.

g.
Deze vraag slaat op de rechter schakeling.
Bij een bepaalde frequentie is de modulus van de impedantie van de spoel gelijk is aan de modulus van de impedantie van de condensator.
Hoe groot is de vervangingsimpedantie bij die frequentie?

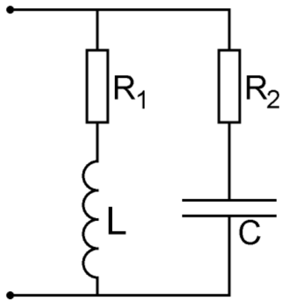
Opgave 3
In de hiernaast afgebeeld schakeling is spoel $L_2$ parallel geschakeld aan de serieschakeling van spoel $L_1$ en condensator C.
Bewijs dat voor de vervangingsimpedantie geldt:

$$Z_V = \frac{\frac{L_2}{C} - \omega^2 L_1 L_2}{j(\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C})}.$$



Opgave 4

De schakeling hiernaast bevat twee parallelle takken. In de ene tak staat weerstand $R_1$ in serie met spoel L. In de andere tak staat weerstand $R_2$ in serie met condensator C.




a.

Leg uit dat de vervangingsimpedantie bij heel lage frequenties gelijk is aan $R_1$ en bij heel hoge frequenties gelijk is aan $R_2$.

In de rest van de opgave nemen we $R_1 = R_2$ en schrijven deze als R.

b.

Toon aan dat dan voor de vervangingsimpedantie van de gehele schakeling geldt:

$$Z_V = \frac{R^2 + \frac{L}{C} + jR(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{2R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}.$$

Zowel de linker als de rechter tak heeft een kantelfrequentie. Bij de kantelfrequentie van een tak is de modulus van de impedantie van de ene component gelijk aan de modulus van de impedantie van de andere component. We eisen nu dat beide kantelfrequenties gelijk aan elkaar zijn.

c.

Toon aan dat dan aan de volgende voorwaarde moet zijn voldaan.

$$R^2 = \frac{L}{C}$$

d.

Toon aan dat bij $R^2 = \frac{L}{C}$ de uitdrukking voor de vervangingsimpedantie overgaat in $Z_V = R$. Deze is dan ONafhankelijk van de frequentie.

# Uitwerkingen van de extra opgaven

<u>Opgave 1</u>

a.

$$Z_V = Z_1 + Z_2$$

$$j\omega L_V = j\omega L_1 + j\omega L_2$$

Alle termen delen door jω geeft de te bewijzen formule.

b.

$$\frac{1}{Z_V} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$\frac{1}{j\omega L_V} = \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2}$$

Alle termen vermenigvuldigen met jω geeft de te bewijzen formule.

c.

$$Z_V = Z_1 + Z_2$$

$$\frac{1}{j\omega C_V} = \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2}$$

Alle termen vermenigvuldigen met jω geeft de te bewijzen formule.

d.

$$\frac{1}{Z_V} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$j\omega C_V = j\omega C_1 + j\omega C_2$$

Alle termen delen door jω geeft de te bewijzen formule.

Opgave 2

a.

De spoel is dan een kortsluiting.

b.

De condensator is dan een kortsluiting.

c.

De stroom door de spoel is even groot als de stroom door de condensator. Omdat de stromen in tegenfase zijn, is er geen uitwendige stroom.

d.

De condensator is een isolator.

e.

De spoel is een isolator.

f.

De spanning over de spoel is even groot als de spanning over de condensator. Omdat de spanningen in tegenfase zijn, is er geen uitwendige spanning.

g.

De vervangingsimpedantie is R.

Opgave 3

Voor de vervangingsweerstand van de serieschakeling geldt:

$$Z_V = Z_1 + Z_2 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C} = j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C})$$

Voor de vervangingsimpedantie van het geheel geldt:

$$Z_V = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{j\omega L_2 \cdot j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C})}{j\omega L_2 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\frac{L_2}{C} - \omega^2 L_1 L_2}{j(\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C})}.$$

Opgave 4

a.

Bij lage frequenties is de spoel een kortsluiting en de condensator een isolator. Alleen de linker tak laat dan stroom door. Op dezelfde manier laat alleen de rechter tak bij hoge frequenties stroom door.

b.

$$Z_V = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(R + j\omega L)\cdot(R + \frac{1}{j\omega C})}{R + j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R^2 + \frac{L}{C} + jR(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{2R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

c.

Uit $R = \omega L$ volgt $\omega = \frac{R}{L}$.

Uit $R = \frac{1}{\omega C}$ volgt $\omega = \frac{1}{RC}$.

Gelijkstelling van beide hoekfrequenties geeft $R^2 = \frac{L}{C}$.

d.

De uitdrukking voor $Z_V$ wordt:

$$Z_V = \frac{2R^2 + jR(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{2R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = R\cdot\frac{2R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{2R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = R\cdot 1 = R$$